

ĆWICZENIE 11

POMIAR WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZALNOŚCI LINIOWEJ CIAŁ STAŁYCH

Kraków 23.09.2022

SPIS TREŚCI

CZEŚĆ TEORETYCZNA

1. MIKROSKOPOWY OPIS ZJAWISKA ROZSZERZALNOŚCI LINIOWEJ
 - Mechaniczny model budowy sieci krystalicznej
 - Oscylator harmoniczny w sieci krystalicznej
 - Siły międzycząsteczkowe
2. MAKROSKOPOWY OPIS ZJAWISKA ROZSZERZALNOŚCI LINIOWEJ
 - Izotropia i anizotropia
 - Rozszerzalność liniowa ciał
 - Rozszerzalność powierzchniowa i objętościowa ciał izotropowych
 - Bimetaliczne termostaty i termometry
3. METODY POMIAROWE WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZALNOŚCI CIEPLNEJ

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA INSTRUKCJA DO WYKONANIA ĆWICZENIA

Zakres wiadomości ze szkoły średniej

Pojęcie temperatury. Energia wewnętrzna. Ciepło.

Termiczne zmiany gęstości. Rola rozszerzalności cieplnej w powstawaniu prądów konwekcyjnych. Anomalna rozszerzalność wody i jej znaczenie.

CZEŚĆ TEORETYCZNA

1. Mikroskopowy opis zjawiska rozszerzalności liniowej

Wymiary większości ciał stałych wraz ze wzrostem temperatury ulegają zmianie. Ciepłą *rozszerzalnością liniową ciała* stałego nazywamy zmianę jego wymiarów wywołaną zmianą temperatury. Dla wyjaśnienia tego zjawiska posłużymy się przedstawionym poniżej modelem budowy ciała stałego.

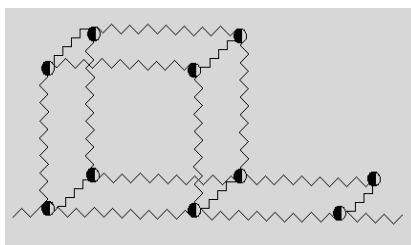
Mechaniczny model budowy sieci krystalicznej

Ciała stałe mają budowę krystaliczną lub bezpostaciową (amorficzną). *Kryształy* składają się z atomów lub cząsteczek rozmieszczonych w przestrzeni w sposób uporządkowany i tworzących tzw. *sieć krystaliczną*. Miejsca zajmowane przez poszczególne atomy nazywają się *węzłami sieci*. Wzajemne odległości atomów są zbliżone do ich wymiarów i wynoszą około 10^{-10} m. Atomy wykonują drgania wokół swoich położań równowagi. Amplitudy tych drgań nie przewyższają kilku procent wzajemnej odległości atomów.

W niniejszym opracowaniu posłużymy się mechanicznym modelem budowy sieci krystalicznej. Według tego modelu wyobrażamy sobie sieć krystaliczną w postaci układu cząsteczek powiązanych ze sobą sprężynkami (patrz rys.1), które obrazują siły wzajemnego oddziaływania sąsiednich atomów (siły sprężystości).

Oscylator harmoniczny w sieci krystalicznej

Atomy lub cząsteczki gazu poruszają się ruchem postępowym, cząsteczki ciała stałego wykonują drgania wokół położań równowagi, a średnia energia kinetyczna w obu przypadkach rośnie wraz z temperaturą. Wzrost energii wiąże się ze wzrostem amplitudy drgań.



Rys. 1. Model sieci krystalicznej

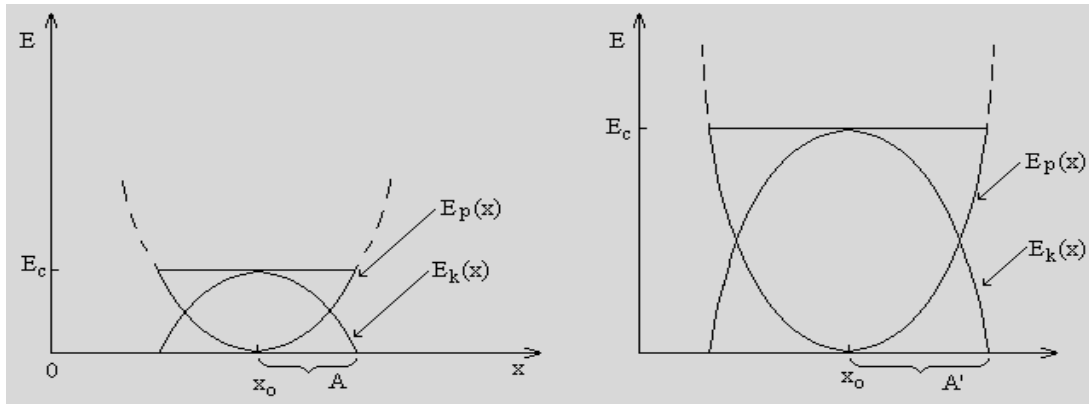
Rozważmy drganie pojedynczej cząsteczki w sieci krystalicznej. Drgania odbywają się w trzech kierunkach, ale dla jakościowej oceny zjawiska wystarczy jednowymiarowa analiza zachowania cząsteczki. Zakładając, że działa na nią siła o wartości proporcjonalnej do wychylenia z położaenia równowagi, taki

wprawiony w drgania układ nazywamy *jednowymiarowym oscylatorem harmonicznym*, a drgania te nazywamy harmonicznymi. Wychylenie x cząsteczki zmienia się wraz z upływem czasu zgodnie równaniem:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

gdzie A - amplituda, czyli maksymalne wychylenie z położenia równowagi, ω - częstość, φ - faza początkowa. Zgodnie z prawami ruchu harmonicznego energia całkowita E_c drgającej cząsteczki o masie m , równa sumie energii kinetycznej E_k i potencjalnej E_p , jest niezależna od czasu oraz położenia cząsteczki i proporcjonalna do kwadratu amplitudy:

$$E_c = \frac{m\omega^2 A^2}{2}. \quad (2)$$



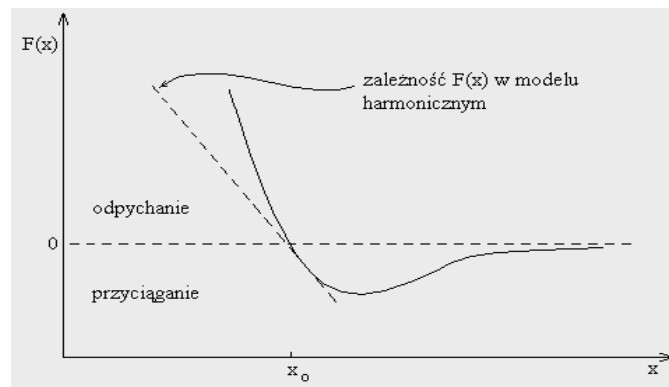
Rys. 2a, 2b. Porównanie energii całkowitej cząsteczki podlegającej drganiom harmonicznym dla dwu różnych amplitud drgań A i A' ($A' > A$).

Na rys.2a, na osi pionowej zaznaczone są wartości energii, a na osi poziomej położenia x cząsteczki w chwili t . x można traktować jako odległość dwóch sąsiednich cząsteczek ciała stałego, z których jedna jest nieruchoma, a druga podlega drganiom harmonicznym. Parabola $E_p(x)$ przedstawia zależność energii potencjalnej od wychylenia $(x-x_0)$ z położenia równowagi x_0 . Parabola $E_k(x)$ przedstawia zależność energii kinetycznej od wychylenia $(x-x_0)$. Zgodnie z równaniem (2) energia całkowita $E_c = E_k + E_p$ cząsteczki jest stała, $E_c(x) = \text{const}$, i na rys.2a przedstawia ją linia pozioma, którą nazywamy *poziomem energetycznym*. Gdy całkowita energia drgającej cząsteczki jest większa, co przy tej samej częstości drgań oznacza zwiększenie amplitudy A , mówimy że drgająca cząsteczka znajduje się na wyższym poziomie energetycznym. Taką sytuację przedstawia rys.2b. Cząsteczka oscyluje w większych granicach niż w przypadku przedstawionym na rys.2a, ale położenie środka oscylacji pozostaje nadal równe x_0 , a więc średnia odległość pomiędzy cząsteczkami jest taka sama.

Model oscylatora harmonicznego tłumaczy szereg właściwości sieci krystalicznej, takich jak istnienie niezerowego ciepła właściwego, nie tłumaczy jednak zjawiska rozszerzalności cieplnej stwierdzonej doświadczalnie. Dla wyjaśnienia tego zjawiska należy zbadać, czy siły działające ze strony sąsiadów na pojedynczą cząsteczkę wychyloną z położenia równowagi (siły międzycząsteczkowe) są rzeczywiście proporcjonalne do wartości wychylenia i jakie są konsekwencje uwzględnienia w opisie sieci krystalicznej oddziaływań nieharmonicznych.

Siły międzycząsteczkowe

Rozszerzalność cieplna ciał stałych związana jest z odmiennym, niż w przybliżeniu harmonicznym, charakterem zależności sił działających pomiędzy sąsiednimi cząsteczkami od odległości pomiędzy nimi.



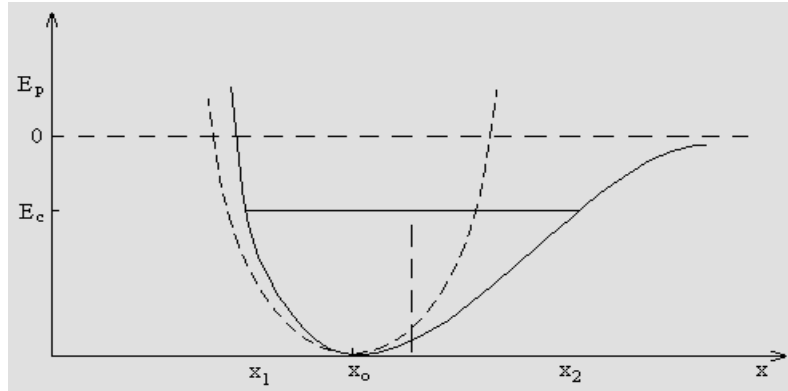
Rys. 3. Siła oddziaływania pomiędzy dwoma cząsteczkami w funkcji odległości pomiędzy nimi

Rys.3 przedstawia wykres przebiegu sił oddziaływania pomiędzy dwoma cząsteczkami w zależności od ich wzajemnej odległości x . Ponieważ wykres nie jest linią prostą taki model oddziaływania cząsteczek nazwiemy "modelem nieharmonicznym". Położenie równowagi cząsteczki x_0 odpowiada odległości, dla której siły odpychania i przyciągania równoważą się. Gdy $x > x_0$, przeważają siły przyciągania ($F < 0$, tzn. zwrot siły przeciwny do zwrotu osi x), gdy $x < x_0$, przeważają siły odpychania ($F > 0$).

Gdy zależność $F(x)$ jest znana można znaleźć zależność energii potencjalnej E_p oddziaływania dwóch cząsteczek od ich wzajemnej odległości i porównać ją z przedstawioną na rys.2. Tę energię można obliczyć posługując się następującym wzorem:

$$E_p(x) = -\int_{\infty}^x F(x) \cdot dx, \quad (3)$$

gdzie $F(x)$ oznacza całkowitą siłę wzajemnego oddziaływania. Całkę określającą $E_p(x)$ można także wyznaczyć, jeśli zależność $F(x)$ znana jest jedynie w formie wykresu, takiego jak przedstawiony na rys.3. Rys.4 przedstawia wynik całkowania. W przeciwieństwie do modelu oscylatora harmonicznego, krzywa przedstawiająca zależność $E_p(x)$ nie jest symetryczna.



Rys. 4. Zależność E_p od odległości x w „modelu nieharmonicznym”

Tak jak w przybliżeniu harmonicznym, w "modelu nieharmonicznym" wraz ze wzrostem temperatury energia całkowita cząsteczek wzrasta i zajmują one coraz to wyższe poziomy energetyczne. Drgania cząsteczek powodują zmiany ich wzajemnych odległości w przedziale od x_1 do x_2 . Jak widać na rys.4, ze względu na asymetrię krzywej $E_p(x)$, w wyższej temperaturze środek drgań przesuwają się w prawo w stosunku do położenia równowagi x_0 , co odpowiada wzrostowi średniej odległości pomiędzy sąsiadującymi cząsteczkami. Powodowany zmianą temperatury wzrost odległości sąsiednich cząsteczek jest mały, ale zwielokrotniony przez liczbę cząsteczek wzdłuż badanego kierunku daje obserwowalną doświadczalnie zmianę wymiaru ciała.

2. Makroskopowy opis zjawiska rozszerzalności liniowej

Izotropia i anizotropia

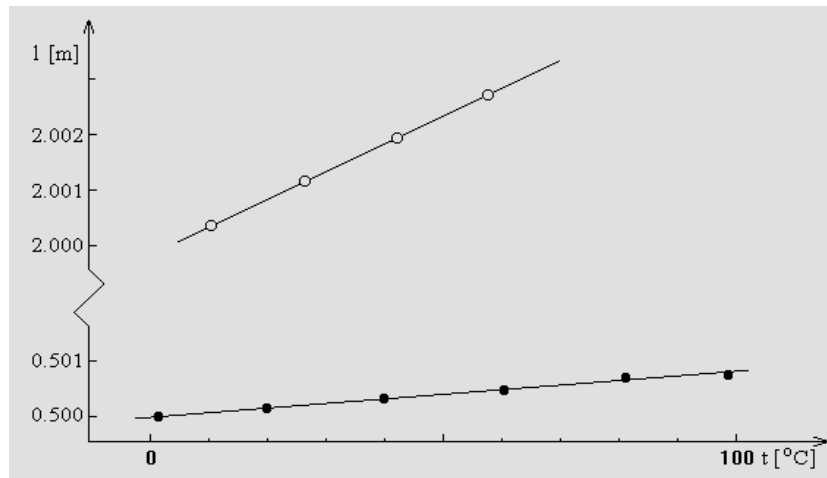
Izotropią nazywamy niezależność właściwości fizycznych ciała od kierunku. *Anizotropią* nazywamy brak izotropii.

Kryształy dzielimy na monokryształy i polikryształy. *Polikryształy* składają się z dużej liczby przypadkowo zorientowanych względem siebie małych kryształów, które tworzą jedną całość. Ponieważ rozkład i orientacja tych małych kryształów jest dowolna, ciała polikrystaliczne wykazują izotropowość swoich właściwości. Ciała *bezpостaciowe (amorficzne)*, tzn. takie, które nie wykazują prawidłowości w ułożeniu cząsteczek lub atomów, także charakteryzują się izotropowością.

Monokryształy to ciała krystaliczne, które w przeciwieństwie do polikryształów nie są zlepkiem małych kryształów. Powstają one z fazy ciekłej w procesie krystalizacji przez dobudowywanie kolejnych warstw atomowych poczynając od jednego tzw. centrum krystalizacji. Dla monokryształów rozszerzalność cieplna jest zjawiskiem anizotropowym i pomiary rozszerzalności przeprowadzać należy dla każdego z trzech kierunków osobno. Konsekwencją anizotropii jest zmiana kształtu ciała przy zmianie temperatury.

Rozszerzalność liniowa ciał

Zależności długości ciał l od temperatury t są na ogół rosnące. Malejąca zależność $l(t)$ jest wyjątkiem, a jej przykładem może być rozszerzalność żelaza w zakresie temperatur 750°C - 780°C .



Rys. 5. Zależność długości l od temperatury t wyznaczona dla dwu ciał wykonanych z mosiądzu o różnych długościach początkowych: $l_0 = 0.5$ m i $l'_0 = 2$ m

Na rys.5 przedstawiono typowe krzywe doświadczalne zależności długości ciał od temperatury wyznaczone dla ciał o różnych długościach początkowych wykonanych z tej samej substancji (z mosiądzu). Jak widać przyrost długości ciała $\Delta l = l_t - l_0$ zależy od przyrostu temperatury i od tego jaka jest długość początkowa

l_0 . Ponadto widać, że z dużą dokładnością zachodzi proporcjonalność $\Delta l \sim l_0$, tzn. że ciało o czterokrotnie większej długości przy tej samej zmianie temperatury Δt zwiększa swą długość tak, że jej zmiana Δl jest także czterokrotnie większa. Liniowość wykresów świadczy o proporcjonalności $\Delta l \sim \Delta t$. Podsumowując te obserwacje:

$$\Delta l \sim l_0 \Delta t . \quad (4)$$

Jeśli chcemy zastąpić znak proporcjonalności " \sim " znakiem równości musimy wprowadzić współczynnik proporcjonalności, który zależy od rodzaju substancji. Oznaczając go przez α możemy napisać:

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t . \quad (5)$$

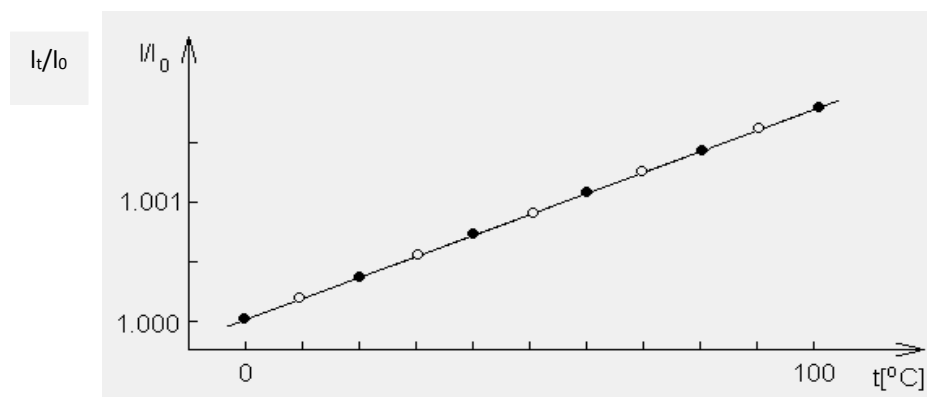
Powyzsza zależność prowadzi do definicji *średniego współczynnika rozszerzalności liniowej* α . Jest on zdefiniowany następująco:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t} . \quad (6)$$

Iloraz $(l_t - l_0)/l_0$ reprezentuje względną zmianę długości. Definicję (6) odczytać można zatem w ten sposób, że α jest "względną zmianą długości ciała podzieloną przez zmianę temperatury, która tę zmianę wywołała".

Z definicji (6) odczytać można jednostki, w których wyrażana jest wartość α : $1/K$ (tzn. K^{-1}) lub $1/^\circ C$, gdzie K i $^\circ C$ oznaczają odpowiednio Kelvin i stopień Celsjusza. Niekiedy stosuje się oznaczenie $1/deg$ (deg^{-1}); deg jest międzynarodowym symbolem stopni.

Konsekwencją proporcjonalności zmiany długości ciała do jego długości początkowej jest to, że dwie krzywe rozszerzalności przedstawione na rys.5 dotyczące wymiarów różnych ciał wykonanych z tej samej substancji można sprowadzić do jednej krzywej (rys.6) wprowadzając na osi pionowej wartość długości l_t podzielonej przez długość początkową l_0 .



Rys. 6. Zależność l_t/l_0 od temperatury t wyznaczona dla ciał z rys. 5

Dokładniejsze pomiary wykazują, że krzywe doświadczalne przedstawione na rys.5 nie są dokładnie prostymi. Ich kształt można opisać wielomianem drugiego lub trzeciego stopnia:

$$l_t = l_0 \left(1 + \alpha \Delta t + \alpha^* \Delta t^2 + \dots \right). \quad (7)$$

Tabela 1 przedstawia wyznaczone doświadczalnie wartości współczynników α i α^* dla kilku wybranych metali.

Tabela 1. Wartości współczynników rozszerzalności liniowej wybranych substancji w przedziale temperatur 10°C-90°C

Substancja	glin	mosiądz	ołów	żelazo
α [1/°C]	$2.221 \cdot 10^{-5}$	$1.781 \cdot 10^{-5}$	$2.829 \cdot 10^{-5}$	$1.145 \cdot 10^{-5}$
α^* [1/°C ²]	$1.14 \cdot 10^{-8}$	$0.98 \cdot 10^{-8}$	$1.20 \cdot 10^{-8}$	$0.71 \cdot 10^{-8}$

Z danych zawartych w tabeli 1 wynika, że w przedziale od 10°C do 90°C wartość składnika $\alpha^* \Delta t^2$ stanowi około 5% wartości składnika $\alpha \Delta t$. Zaniedbanie składników z wyższymi niż pierwsza potęgami Δt przy ilościowym opisie zjawiska rozszerzalności może być więc dopuszczalne. Należy ponadto pamiętać, że współczynniki α w definicji (6) i w powyższym wielomianie nie są tymi samymi wielkościami mimo tych samych oznaczeń. Dla odróżnienia o współczynniku α z definicji (6) mówimy jako o "średnim współczynniku rozszerzalności liniowej".

Rozszerzalność powierzchniowa i objętościowa ciał izotropowych

Ciała izotropowe rozszerzając się nie zmieniają swojego kształtu. Zmieniając wymiary liniowe, zmieniają pole powierzchni i objętość. Przez analogię do równania (6) definiujemy współczynnik rozszerzalności powierzchniowej λ :

$$\lambda = \frac{S_t - S_0}{S_0(t - t_0)}, \quad (7)$$

gdzie: S_0 jest polem powierzchni ciała w temperaturze t_0 , natomiast S_t polem w temperaturze t . Stosując proste przekształcenia uzyskujemy związek współczynnika rozszerzalności powierzchniowej i liniowej:

$$\lambda \approx 2\alpha. \quad (8)$$

Analogicznie definiujemy współczynnik rozszerzalności objętościowej β :

$$\beta = \frac{V_t - V_0}{V_0(t - t_0)}. \quad (9)$$

gdzie: V_0 jest objętością ciała w temperaturze t_0 , natomiast V_t objętością w temperaturze t . Związek współczynnika rozszerzalności objętościowej i liniowej jest następujący:

$$\beta \approx 3\alpha. \quad (10)$$

Podane powyżej związki pomiędzy współczynnikami rozszerzalności powierzchniowej i objętościowej, a współczynnikiem rozszerzalności liniowej dobrze zgadzają się z danymi doświadczalnymi dla ciał izotropowych.

Zmiany objętości ciał spowodowane zmianami temperatury powodują zmiany ich gęstości. Ponieważ masa m ciała nie ulega zmianie, zachodzi równość: $V_t \cdot \rho = V_0 \cdot \rho_0 = m$, gdzie ρ oznacza gęstość ciała w temperaturze t , ρ_0 - gęstość w temperaturze t_0 . Zatem:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta(t - t_0)}. \quad (11)$$

Zgodnie z powyższą zależnością, gdy $\beta > 0$ gęstość ciała maleje wraz ze wzrostem temperatury.

Bimetaliczne termostaty i termometry

Powodowana zmianą temperatury zmiana długości Δl prętów lub blaszek zależy między innymi od materiału, z którego zostały wykonane (rys 7a i 7b). Jeśli zatem dwie blaszki charakteryzujące się różnymi współczynnikami rozszerzalności liniowej zostaną ze sobą zespolone (znitowane lub sprasowane) to zmiana temperatury spowoduje wyginanie się takiego urządzenia tym większe im większa zmiana temperatury je powoduje (rys 7c). Urządzenie tego typu nazywa się *bimetalem* i wykorzystane jest w termostatach oraz we wskaźnikach temperatury.

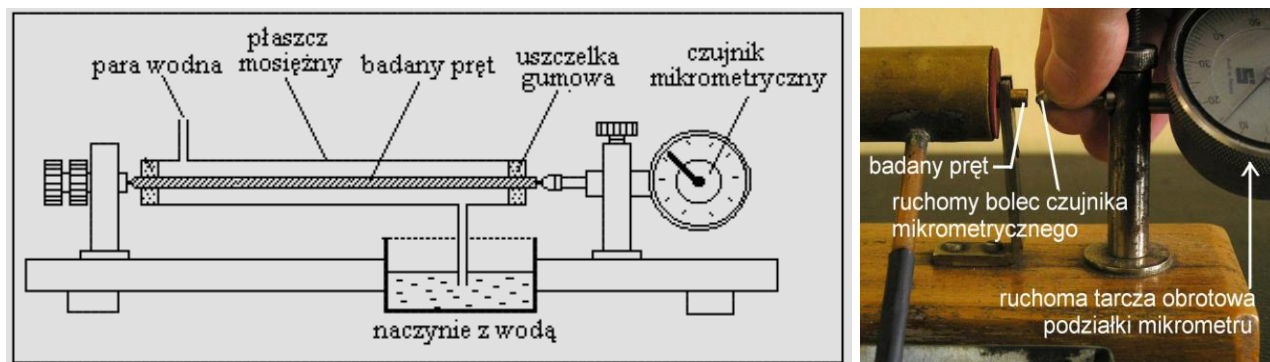


Rys.7. Zasada działania czujnika bimetalicznego. Dwa kolory oznaczają różne metale. Temperatura $T_b > T_a$,
 $T_c > T_a$.

3. Metody pomiarowe współczynnika rozszerzalności cieplnej

Pomiary wartości współczynników rozszerzalności są przedmiotem działu fizyki doświadczalnej nazywanego *dylatometrią*. Wyniki tych pomiarów są szeroko stosowane w materiałoznawstwie w zagadnieniach, w których istotna jest znajomość zachodzących wraz ze zmianami temperatury zmian rozmiarów ciał i ich objętości. Najprostszy przyrząd do mierzenia przyrostu długości - *dylatometr* przedstawiono na rys.8. Dokładność pomiaru zmiany wymiarów ciała tym przyrządem wynosi około $10\mu\text{m}$ (tzn. 0.01mm). Istnieje szereg metod pozwalających zwiększyć tę dokładność.

Dylatometry interferencyjne pozwalają na pomiary o trzy rzędy wielkości dokładniejsze, tzn. są zdolne rejestrować wydłużenia o wartości już około $0.01\mu\text{m}$. Podobną dokładność można uzyskać w tzw. *dylatometrze kwarcowym*. W innej metodzie, zwanej *metodą komparatora*, pomiar zmiany długości wykonywany jest przy pomocy dwóch mikroskopów.



Rys. 8. Dylatometr z mikrometrem analogowym - przyrząd do mierzenia współczynnika rozszerzalności cieplnej ciała.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

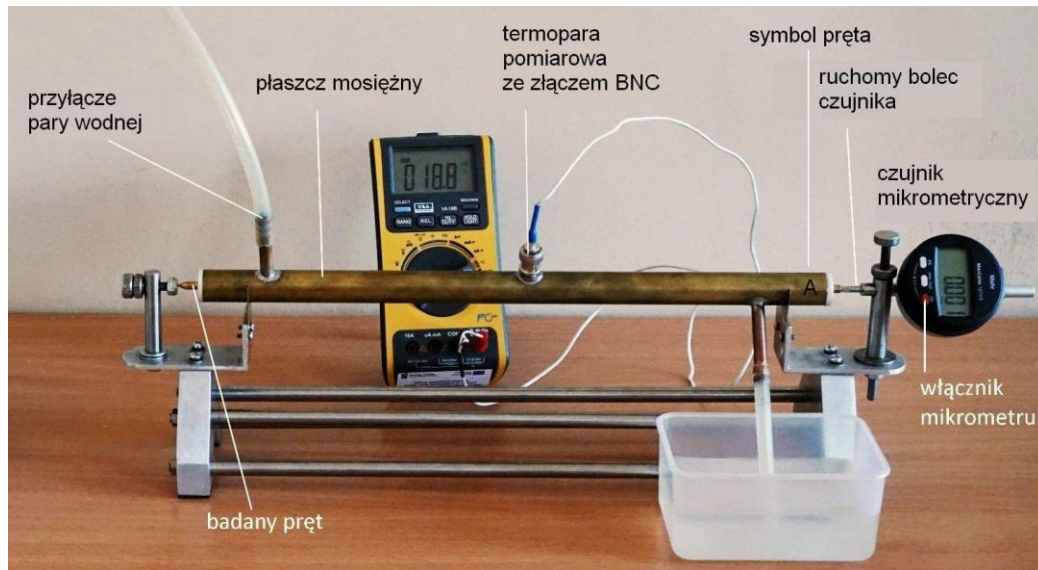
- Blinowski J., Trylski J., Fizyka dla kandydatów na wyższe uczelnie, Wydanie VIII. PWN, Warszawa 1983
- Bolton W., Zarys fizyki, PWN, Warszawa 1988
- Buszmanow B.N., Chronow J.A., Wstęp do fizyki ciała stałego, Warszawa 1973. s.98-100
- Chyla K., Fizyka dla ZSZ, Wydanie trzecie, WSzIP, Warszawa 1991. s.113-121
- Dryński T., Doświadczenia pokazowe z fizyki, PWN, Warszawa 1964
- Encyklopedia Fizyki, Tom 3, PWN, Warszawa 1974, s.249
- Halliday D., Resnick R., Fizyka Tom 1, PWN, Warszawa 1975, s.641-647
- Herman M., Kalestyński A., Widomski L., Podstawy fizyki dla kandydatów na wyższe uczelnie, PWN, Warszawa 1984, s.468
- Gabrylewski E., Fizyka dla klasy I liceum ogólnokształcącego, technikum i liceum zawodowego, PZWS, Warszawa 1973, s.217-224
- Jeżewski M., Kalisz J., Tablice wielkości fizycznych oraz pomocnicze tablice matematyczne, PWN, Warszawa 1957
- Massalska M., Massalski J., Fizyka kl.IV dla liceum ogólnokształcącego, technikum i liceum zawodowego, WSiP, Warszawa 1981, s.209-251
- Szczeniowski S., Fizyka Doświadczalna, Tom II, PWN, Warszawa 1976, s.15-26; 347-349
- Wert Ch.A., Thompson R.M., Fizyka ciała stałego, PWN, Warszawa 1974. s.40

11 WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZALNOŚCI LINIOWEJ CIAŁ STAŁYCH

Średni współczynnik rozszerzalności liniowej α (w zakresie temperatur od t_0 do t) jest zdefiniowany następująco:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0(t - t_0)} \left[\frac{1}{^\circ\text{C}} \right] \quad (1)$$

gdzie: l_0 jest długością ciała w temperaturze t_0 , natomiast Δl jest przyrostem długości ogrzewanego ciała. Przyrząd do mierzenia przyrostu długości - *dylatometr* przedstawiono na rys.1. Dokładność pomiaru zmiany wymiarów ciała tym przyrządem wynosi około $5 \mu\text{m}$ (tzn. 0.005 mm).



Rys. 1. Dylatometr - przyrząd do mierzenia współczynnika rozszerzalności cieplnej ciała

I. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika rozszerzalności liniowej dla wybranych metali przy pomocy dylatometru

II. WYKONANIE ĆWICZENIA

Badane ciało ma postać pręta o średnicy 4 mm umieszczonego wewnątrz mosiężnej rury, przez którą przepuszcza się gorącą parę wodną. Pomiary wykonujemy dla dwóch lub trzech wybranych prętów.

1. Wyniki pomiarów należy wpisywać do tabeli sporządzonej według poniższego wzoru. Identyfikacja materiału pręta (aluminium, miedź, żelazo) zostanie dokonana po obliczeniu współczynników rozszerzalności i porównaniu ich z wartościami tablicowymi. Symbol pręta (A, B lub C) znajduje się na mosiężnym płaszczu po prawej stronie.

Tabela wyników pomiarów

nr pomiaru	symbol pręta (A, B lub C)	l_0 [mm]	Δl [mm]	t_0 [°C]	t [°C]

2. Zmierzyć długość wybranego pręta l_0 przy pomocy suwmiarki.

3. Badany pręt umieścić w uchwycie, tak by ruchomy bolec czujnika mikrometrycznego naciskał na płaski koniec pręta. Wkładając pręt lekko przesuwamy bolec czujnika w prawo. Nałożyć rurkę gumową, przez którą będzie doprowadzana para wodna. Obydwa końce pręta powinny stykać się z elementami dylatometru (uchwytem po lewej, a czujnikiem mikrometru po prawej stronie). Do zacisku typu BNC umieszczonego na środku osłony pręta dołączyć końcówkę termopary do pomiaru temperatury.
4. Włączyć multimetr cyfrowy wybierając funkcję pomiaru temperatury (oznaczenie °C). Po około 2 min zanotować wartość temperatury początkowej t_0 . Można przyjąć, że wartość t_0 jest jednakowa dla wszystkich badanych prętów.
5. Włączyć mikrometr cyfrowy przyciskiem 0I (krótkie naciśnięcie zeruje jego wskazanie).
6. Włączyć ogrzewanie naczynia z wodą przyciskiem POWER skręcając pokrętko regulacji mocy maksymalnie w prawo. Gdy woda zacznie wrzeć zmniejszyć moc grzejną do ok. 3/4.
7. Przepuszczać przez osłonę parę wodną tak długo, aż wskazanie czujnika mikrometrycznego ustabilizuje się. Zanotować wskazaną przez czujnik zmianę długości pręta Δl . Zgodnie z dokumentacją mikrometru maksymalna niepewność uzyskanego wyniku wynosi $\Delta_d \Delta l = 0.005$ mm.
8. Zanotować temperaturę wrzenia wody t odczytaną z multimetru. Niepewność $\Delta_{dt} = 0.5^\circ\text{C}$.
9. Wyłączyć ogrzewanie naczynia z wodą. Wymiany badanego pręta na inny dokonujemy za pomocą rękawic ochronnych odczekując kilka minut, by temperatura pręta i jego osłony uległa obniżeniu.
10. Po zakończeniu pomiarów wyłączyć ogrzewanie naczynia z wodą, multimetr i mikrometr.

III. OPRACOWANIE WYNIKÓW

1. Obliczyć wartości średniego współczynnika rozszerzalności liniowej α badanych metali zgodnie z definicją (1).
2. Niepewności standardowe pomiarów bezpośrednich wyznaczone na podstawie wzoru (4)* wynoszą:

$$u(l_0) = \frac{\Delta_d l_0}{\sqrt{3}} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} = 0.058 \text{ mm},$$

$$u(\Delta l) = \frac{\Delta_d \Delta l}{\sqrt{3}} = \frac{0.005}{\sqrt{3}} = 0.0029 \text{ mm},$$

$$u(t - t_0) = \frac{\sqrt{2} \Delta_d t}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 0.5}{\sqrt{3}} = 0.41 \text{ }^\circ\text{C}.$$

3. Dla jednego, wybranego pręta obliczyć niepewność współczynnika rozszerzalności α , stosując wzór (12)*.
4. Zaokrąglić uzyskaną wartość $u(\alpha)$ oraz wynik α według zasad przedstawionych w materiałach ()*.
5. Obliczyć niepewność rozszerzoną $U(\alpha)$ przyjmując, że $U(\alpha) = 2u(\alpha)$.
6. Zapisać wyniki końcowe α wraz z niepewnością rozszerzoną.
7. Uzyskane wyniki porównać z wartościami tablicowymi podanymi w tabeli 1 i dokonać identyfikacji substancji.

Tabela 1. Wartości współczynników rozszerzalności liniowej wybranych substancji

substancja	glin	mosiądz	ołów	żelazo
α [$1/^\circ\text{C}$]	$2.221 \cdot 10^{-5}$	$1.781 \cdot 10^{-5}$	$2.829 \cdot 10^{-5}$	$1.145 \cdot 10^{-5}$

Wzory ()* patrz Krzysztof Rębilas „Wprowadzenie do metod opracowania wyników pomiarowych”.
Wzory te są także dostępne w sali ćwiczeniowej na tablicy „Zestawienie najważniejszych wzorów”.