Krystyna Gronostaj, Magdalena Bacior

Ćwiczenie 1

Wyznaczanie gęstości ciał stałych

I. CZĘŚĆ TEORETYCZNA

1. Zasady dynamiki Newtona

Dynamika bada zależności między wzajemnymi oddziaływaniami ciał i zmianami ruchu wywołanymi przez te oddziaływania. Liczne dane doświadczalne i rozważania teoretyczne otrzymane przez Isaaca Newtona (1642-1727) oraz jego poprzedników doprowadziły do sformułowania trzech zasad dynamiki znanych jako “Zasady dynamiki Newtona”.

I zasadę dynamiki możemy sformułować następująco: Jeżeli na ciało nie działa żadna siła lub gdy wypadkowa sił działających na nie równa się zeru, wtedy ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym. Pierwsza zasada dynamiki jest w istocie postulatem istnienia pewnego układu odniesienia, zwanego układem inercjalnym.

Układ inercjalny to taki układ odniesienia, względem którego ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym, jeśli w otoczeniu tego ciała nie ma innych ciał mogących na nie oddziaływać (tzn. działająca nań siła $\vec{F} = 0$). Każdy układ odniesienia poruszający się ruchem jednostajnym prostoliniowym względem układu inercjalnego jest także układem inercjalnym. Przykładem układu inercjalnego jest układ pozostający w spoczynku lub poruszający się ruchem jednostajnym prostoliniowym względem tzw. gwiazd stałych. Układ odniesienia związany z powierzchnią Ziemi można w przybliżeniu uznać za inercjalny. We wszystkich takich układach

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

odniesienia zjawiska mechaniczne przebiegają jednakowo (np. okres drgań wahadła, czy też czas swobodnego spadku ciała będzie taki sam na lądzie oraz na statku płynącym ze stałą prędkością).

Układ nieinercjalny to układ, który porusza się ruchem niejednostajnym względem innego układu inercjalnego. Układ taki może być połączony z ciałem spadającym lub obracającym się względem gwiazd stałych. Charakterystyczną cechą układów nieinercjalnych jest występowanie dodatkowych sił nazywanych siłami bezwładności (np. sił odśrodkowych w wirujących układach odniesienia). Fakt, że ciało pozostaje w spoczynku gdy nie przykładamy do niego żadnych sił, wiąże się z własnością materii zwaną bezwładnością (inercją). Dlatego też pierwszą zasadę dynamiki Newtona nazywamy zasadą bezwładności, a układy odniesienia dla których ona się stosuje układami inercjalnymi.

II zasada dynamiki ustala związek pomiędzy wzajemnym oddziaływaniem ciał, a zmianą charakteru ruchu postępowego (w układzie inercjalnym). Jedno ze sformułowań tej zasady brzmi: ciało, na które działa niezrównoważona siła porusza się ruchem zmiennym, z przyspieszeniem proporcjonalnym do wartości siły i skierowanym tak jak działająca siła:

$$\vec{a} \sim \vec{F} \,. \tag{1}$$

Współczynnikiem proporcjonalności jest tutaj masa ciała, zatem możemy napisać:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \;. \tag{2}$$

Jednostką siły w układzie SI jest 1 niuton (*1 N*). Jest to siła, która ciału o masie *1 kg* nadaje przyspieszenie *1 m/s*^{2}.

Powyższe zasady zostały sformułowane dla przypadku, gdy na ciało działa tylko jedna siła. Doświadczenie pokazuje, że postać wzorów nie zmieni się, gdy na ciało działa jednocześnie kilka sił. Każda z sił działających na ciało, nadaje mu przyspieszenie określone przez II zasadę dynamiki, tak jakby inne siły nie działały, a więc przyspieszenie całkowite $\vec{a}$, jakie nadają ciału jednocześnie działające siły $\vec{F}_1, \overrightarrow{F_2}, \ldots, \vec{F}_n$ wynosi:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \cdots + \vec{a}_n \;. \tag{3}$$

Uwzględniając wzór (2) możemy zapisać:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1}{m} + \frac{\vec{F}_2}{m} + \cdots + \frac{\vec{F}_n}{m} = \frac{1}{m}\,(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n). \tag{3a}$$

Podstawiając $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \vec{F}$, gdzie $\overrightarrow{F}$ jest siłą wypadkową otrzymujemy:

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}\,. \tag{3b}$$

III zasada dynamiki Newtona

Gdy ciało *A* działa na ciało *B* siłą $\vec{F}_{A,B}$ wtedy ciało *B* działa jednocześnie na ciało *A* siłą $\vec{F}_{B,A}$ równą co do wartości, równoległą i przeciwnie zwróconą:

$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}. \tag{4}$$

Siły akcji i reakcji działają jednocześnie, ale nie mogą się równoważyć ponieważ są przyłożone do różnych ciał.

2. Prawo powszechnego ciążenia

Doświadczenia związane z ruchami planet, spadaniem ciał, ruchem wahadeł itp. dowodzą istnienia sił wzajemnego przyciągania się ciał. W roku 1697 Isaak Newton sformułował prawo, któremu podlegają te oddziaływania. Prawo to nosi nazwę prawa powszechnego ciążenia (grawitacji), a siły podlegające temu prawu są siłami ciążenia (grawitacyjnymi). Prawo powszechnego ciążenia mówi, że siła działająca między każdymi dwoma punktami materialnymi o masach m_1 i m_2 znajdującymi się w odległości *r* od siebie jest siłą przyciągającą, skierowaną wzdłuż prostej łączącej te punkty i ma wartość:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\,, \tag{5}$$

gdzie: $G = 6{,}672\cdot10^{-11}$ N·m^2/kg^2 jest stałą grawitacji.

Siły grawitacyjne stanowią parę sił akcja-reakcja, a zatem zgodnie z równaniem (4):

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1},$$

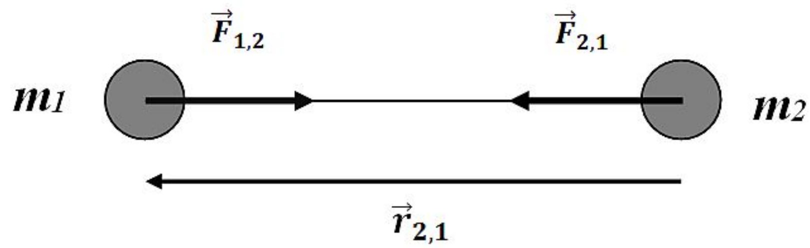
gdzie: $\vec{F}_{1,2}$ jest siłą z jaką ciało *1* działa na ciało *2*, a $\vec{F}_{2,1}$ jest siłą z jaką ciało *2* działa na ciało *1*.

Mamy również:

$$F = \left|\vec{F}_{1,2}\right| = \left|\vec{F}_{2,1}\right|,$$

gdzie *F* dane jest wzorem (5).

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego



Rys. 1. Wzajemne oddziaływanie ciał.

Prawo powszechnego ciążenia możemy zapisać w postaci wektorowej:

$$\vec{F}_{1,2} = -G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{2,1}}{r}\ , \tag{5a}$$

gdzie: $r = |\vec{r}_{1,2}| = |\vec{r}_{2,1}|$.

Prawo powszechnego ciążenia w postaci (5) i (5a) dotyczy oddziaływania dwóch punktów materialnych znajdujących się w pewnej odległości od siebie. Jeśli chcemy określić siłę oddziaływania pomiędzy dwoma ciałami rozciągłymi, musimy potraktować każde z nich jako złożone z punktów materialnych, a następnie obliczyć oddziaływanie pomiędzy wszystkimi możliwymi parami punktów. Siła oddziaływania będzie sumą wszystkich możliwych oddziaływań.

3. Ciężar ciała

Ciężar ciała $\vec{Q}$ jest w przybliżeniu równy sile grawitacji $\vec{F_g}$ wynikającej z oddziaływania danego ciała z Ziemią (Rys. 2). Siła ta dla ciała znajdującego się na powierzchni Ziemi ma wartość:

$$F_g = G\frac{mM_z}{R_z^2}\ , \tag{6}$$

gdzie: m - masa ciała, M_z - Masa Ziemi, R_z - promień Ziemi.

Siłę grawitacji możemy również zapisać w postaci:

$$F_g = m \cdot a_g\ , \tag{6a}$$

gdzie: a_g jest przyspieszeniem grawitacyjnym lub ziemskim i zgodnie z wzorami (6) i (6a):

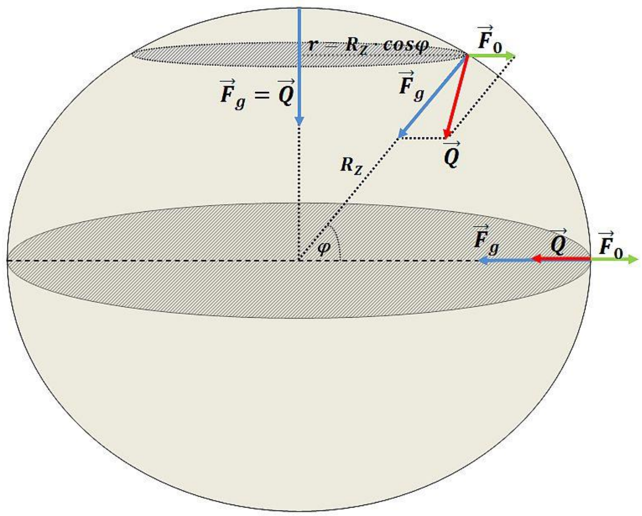
$$a_g = \frac{GM_z}{R_z^{\ 2}}$$

Gdyby Ziemia była jednorodną kulą, wówczas przyspieszenie ziemskie byłoby jednakowe we wszystkich miejscach na Ziemi, a na wysokości h nad Ziemią wyrażałoby się wzorem:

$$a_g = \frac{GM_z}{(R_z + h)^2} \tag{7}$$

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

Przyspieszenie ziemskie zmienia się wraz z wysokością (co wynika z prawa powszechnego ciążenia) i szerokością geograficzną. Na szerokości geograficznej 45°, na poziomie morza przyspieszenie to jest w przybliżeniu równe 9.81 m/s^2 i nosi nazwę przyspieszenia ziemskiego normalnego. Przyspieszenie ziemskie dla Krakowa wynosi g = 9.81054 m/s^2.



Rys. 2. Ciężar ciała $\vec{Q}$ w różnych punktach na Ziemi. W rzeczywistości kierunki siły ciężkości $\vec{Q}$ i siły grawitacji $\vec{F}_g$ różnią się nieznacznie.

Aby dokładnie wyznaczyć ciężar ciała należy wprowadzić poprawki uwzględniające:

a) niejednorodność Ziemi.

Gęstość Ziemi zmienia się wraz ze wzrostem jej promienia, natomiast gęstość skorupy ziemskiej zmienia się w zależności od miejsca na powierzchni Ziemi. Wahania gęstości skorupy ziemskiej prowadzą do pojawienia się lokalnych zgęszczeń masy, co wpływa na zmianę wartości i kierunku przyspieszenia ziemskiego (jest to wykorzystywane przy poszukiwaniu złóż surowców kopalnych).

b) niekulistość Ziemi.

Na skutek ruchu obrotowego Ziemi wokół własnej osi, Ziemia jest spłaszczona na biegunach. Promień Ziemi na biegunach jest mniejszy o około 21 km niż promień na równiku, co prowadzi do zmniejszenia siły grawitacji na równiku o około 0.66% w porównaniu z siłą grawitacji na biegunach.

c) siłę odśrodkową bezwładności

W związku z tym, że Ziemia wiruje wokół własnej osi, znajdujemy się w układzie nieinercjalnym. Jeśli rozważane ciało umieścimy na szerokości geograficznej φ, to będzie na nie działać siła odśrodkowa $\vec{F}_0$ (Rys. 2) będąca siłą bezwładności w układzie nieinercjalnym, której wartość wynosi:

$$F_0 = m \cdot a_o = m \cdot \omega_z^2\, r, \tag{8}$$

gdzie ω_Z jest szybkością kątową obrotu Ziemi, a r oznacza odległość ciała od osi obrotu Ziemi. Ponieważ $\omega_Z = \frac{2\pi}{T}$ oraz $r = R_Z \cdot \cos\varphi$, zatem otrzymujemy:

$$F_0 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R_z \cdot \cos\varphi, \tag{9}$$

gdzie: T jest okresem obrotu Ziemi wokół własnej osi oraz φ jest szerokością geograficzną.

Siła odśrodkowa osiąga największą wartość na równiku i powoduje zmniejszenie ciężaru ciała o około 0.34% w porównaniu z ciężarem ciała na biegunach.

d) oddziaływanie grawitacyjne Księżyca

Poprawka wynikająca z oddziaływania grawitacyjnego Księżyca wynosi około 0.0003%.

e) oddziaływanie grawitacyjne Słońca

Poprawka wynikająca z oddziaływania grawitacyjnego Słońca wynosi około 0.000005%.

Z dobrym przybliżeniem można przyjąć, że ciężar ciała jest siłą wypadkową siły grawitacji $\vec{F}_g$ i siły odśrodkowej $\vec{F}_o$ (Rys. 2). Niektóre definicje ciężaru ciała uwzględniają także działającą na ciało siłę wyporu powietrza.

4. Ciężar właściwy, gęstość ciała

Ciężar właściwy ciała γ jest to ciężar jednostki objętości tego ciała i wyraża się stosunkiem ciężaru ciała do jego objętości:

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{Q}}{V}, \tag{10}$$

gdzie: $\vec{Q}$- ciężar ciała, V – objętość.

Jednostką ciężaru właściwego w układzie SI jest $1\ N/m^3$.

Ciężar właściwy nie jest niezmienną cechą danego rodzaju substancji, ponieważ w różnych miejscach na Ziemi ta sama substancja ma różny ciężar właściwy. Wielkością, która charakteryzuje substancję i nie zależy od miejsca na powierzchni Ziemi jest gęstość lub inaczej masa właściwa ciała.

Gęstość - jest to masa jednostki objętości ciała i wyraża się stosunkiem masy ciała do jego objętości:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{11}$$

Gęstość wyrażamy w kg/m^3.

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

5. Zależność ciężaru właściwego i gęstości ciała od temperatury

Jak wiadomo, objętość ciała zależy od warunków zewnętrznych w jakich ciało się znajduje tj. temperatury i ciśnienia. Zależność objętości od temperatury przedstawia się w przybliżeniu następująco:

$$V_T = V_0\left(1 + a\Delta T\right), \tag{12}$$

gdzie: V_0 - objętość ciała w temperaturze T_0; V_T - objętość ciała w temperaturze T; ΔT - przyrost temperatury ($\Delta T = T - T_0$); a - stała charakterystyczna dla danego ciała.

Na ogół, ze wzrostem temperatury objętość wzrasta, co prowadzi do zmniejszenia zarówno gęstości ciała jak i jego ciężaru właściwego. Niektóre ciecze, a zwłaszcza woda, wykazują pewne charakterystyczne anomalie (w zakresie temperatur od $0\,^\circ C$ do $4\,^\circ C$ objętość wody maleje, a powyżej $4\,^\circ C$ rośnie).

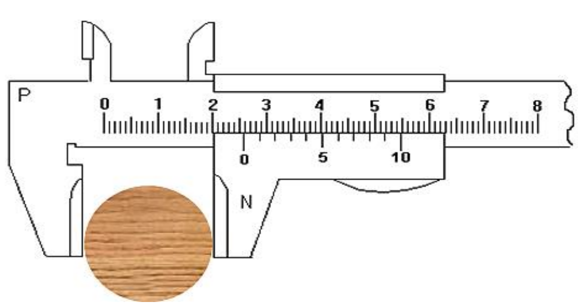
6. Metoda pomiaru gęstości

Jedna z metod pomiaru gęstości opiera się na definicji gęstości i sprowadza się do pomiaru masy i objętości danego ciała. Jest ona stosowana wówczas, gdy badane ciała mają kształt prostych brył foremnych.

7. Suwmiarka

7.1. Suwmiarka analogowa

Suwmiarka analogowa (Rys.3a) pozwala mierzyć długość ciała z dokładnością do *0.1 mm* lub większą. Składa się ona z dwóch metalowych skal, z których jedna jest nieruchoma, a druga daje się względem niej przesuwać. Skala nieruchoma *P* posiada podziałkę milimetrową, natomiast skala ruchoma *N*, zwana noniuszem posiada podziałkę, której *10* części mieści się na odcinku o długości *9 mm*. Odległość między kolejnymi działkami skali noniusza wynosi *0.9 mm*.



Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

Rys.3a Suwmiarka analogowa.

Badany przedmiot umieszczamy między szczękami suwmiarki. Na skali głównej *P* odczytujemy całkowitą liczbę milimetrów (zerowa kreska noniusza wskazuje ilość całych milimetrów), a na noniuszu (*N*) dziesiętne części milimetra (numer kreski noniusza przedłużającej jedną z kresek skali głównej jest równy ilości dziesiętnych części milimetra). Przybliżona średnica przedmiotu na Rys.3a wynosi więc ponad *25 mm*, ale mniej niż *26 mm*. Ponieważ siódma kreska ze skali *N* pokrywa się z kreską ze skali *P*, średnica przedmiotu wynosi *25.7 mm*.

7.2. Suwmiarka cyfrowa.

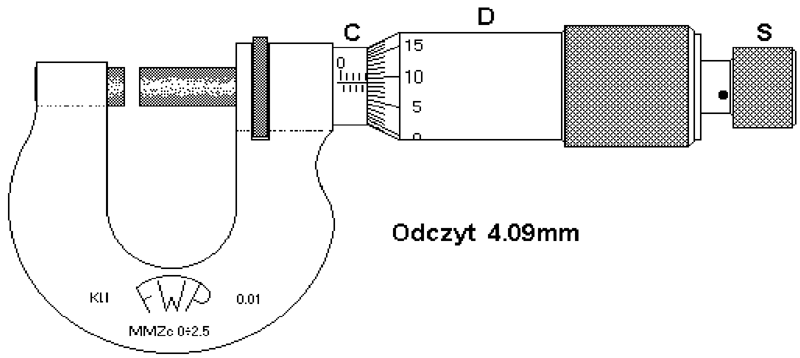
Zasada pomiaru przy użyciu suwmiarki cyfrowej przedstawiona jest na Rys. 3b,c. Po włączeniu suwmiarki (przy zaciśniętych szczękach suwmiarki) sprawdzamy czy wskazanie na wyświetlaczu wynosi zero, a następnie umieszczamy badany przedmiot między zaciskami suwmiarki i dokonujemy odczytu wyniku pomiaru.

Rys.3b,c Suwmiarka cyfrowa.

8. Śruba mikrometryczna

Śruba mikrometryczna (Rys.4) zwana inaczej mikrometrem pozwala mierzyć z dokładnością do *0.01 mm*. Zasadniczymi częściami śruby są, podobnie jak w suwmiarce, dwie skale. Skala nieruchoma, znajdująca się na walcu C, ma podziałkę milimetrową (zaznaczone są na niej również połówki milimetrów). Skala ruchoma znajduje się na bębnie D. Obwód bębna jest podzielony na 50 części (gdy skok śruby wynosi *0.5 mm*) lub na 100 części (gdy skok śruby wynosi *1 mm*). W obu przypadkach jednej podziałce odpowiada *0.01 mm*.

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego



Rys. 4. Śruba mikrometryczna.

Pomiar polega na przesuwaniu śruby umieszczonej w stałym zacisku wzdłuż jej osi przez obrót bębna. Na nieruchomej podziałce *C* odczytujemy ilość całkowitych obrotów śruby określającą wymiar badanego ciała wyrażony w milimetrach, a na podziałce bębna (*D*) setne części milimetra.

Przed przystąpieniem do pomiaru należy sprawdzić położenie "0" śruby w celu ustalenia ewentualnej poprawki. Dla uniknięcia błędów związanych z "martwym skokiem" śruby oraz z nierównomiernym dociskiem śruby do mierzonego przedmiotu, należy śrubę przed odczytem dokręcać zawsze w tym samym kierunku i tylko przy pomocy sprzęgła *S* na jej końcu.

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

Fundusze Europejskie Wiedza Edukacja Rozwój
Rzeczpospolita Polska
Unia Europejska Europejski Fundusz Społeczny

Modyfikacja ćwiczeń z przedmiotu Fizyka w ramach projektu pn. „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" o numerze POWR.03.05.00-00-Z020/18

1 WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIAŁ STAŁYCH

I. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie gęstości kilku ciał stałych posiadających kształt prostych brył geometrycznych.

II. WYKONANIE ĆWICZENIA

1. **Wyznaczanie gęstości walca.**

a) Zmierzyć przy pomocy suwmiarki analogowej średnicę $\boldsymbol{d_1}$ badanego walca. Pomiar powtórzyć 5 razy wybierając różne miejsca na badanym przedmiocie i zanotować wyniki pomiarów: $\boldsymbol{d_1, d_2, \ldots, d_5}$.
b) Przy pomocy suwmiarki analogowej zmierzyć wysokość $\boldsymbol{h_1}$ badanego walca. Pomiar można powtórzyć według zaleceń prowadzącego.
c) Przy użyciu suwmiarki cyfrowej wykonać po jednym pomiarze dla średnicy i wysokości walca, weryfikując wyniki pomiarów uzyskane w podpunkcie a) i b)
d) Zważyć ciało na wadze laboratoryjnej i zapisać wynik: $\boldsymbol{m}$.

2. **Wyznaczanie gęstości prostopadłościanu.**

a) Zmierzyć przy pomocy suwmiarki długość $\boldsymbol{a_1}$, szerokość $\boldsymbol{b_1}$ i wysokość $\boldsymbol{c_1}$ badanego ciała. Jedną z wielkości zmierzyć wielokrotnie (5 powtórzeń).
b) Przy użyciu suwmiarki cyfrowej wykonać po jednym pomiarze sprawdzającym dla długości, szerokości oraz wysokości walca.
c) Zważyć ciało na wadze laboratoryjnej i zapisać wynik: $\boldsymbol{M}$.

III. OPRACOWANIE WYNIKÓW

1. **Wyznaczenie gęstości walca.**

a) Wyznaczyć średnią wartość średnicy $\bar{d}[mm]$ walca

b) Wyznaczyć średnią wartość wysokości $\bar{h}[mm]$ walca, jeśli pomiar był wielokrotny.

c) Korzystając z zależności (1) wyznaczyć gęstość walca:

$$\rho = \frac{4 \cdot m}{\pi \cdot \bar{d}^2 \cdot \bar{h}} \tag{1}$$

2. **Analiza niepewności pomiarowych dla walca.**

a) Maksymalna niepewność pomiaru masy m walca wynosi: $\Delta_d m = 0{,}01$ g.
b) Niepewność standardowa pomiaru bezpośredniego masy $u(m)$ wynosi:

$$u(m) = \frac{\Delta_d m}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}01g}{\sqrt{3}} = 0{,}0058g.$$

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

c) Wyznaczyć odchylenie standardowe średniej $S_{\bar{d}}$ dla średnicy walca:

$$u_A = S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\left(d_1 - \bar{d}\right)^2 + \left(d_2 - \bar{d}\right)^2 + \ldots + \left(d_n - \bar{d}\right)^2}{n \cdot (n-1)}},$$

gdzie *n* to liczba pomiarów średnicy.

d) Wyznaczyć niepewność standardową całkowitą pomiaru średnicy walca, $u_B = \sqrt{\frac{\left(\Delta_d d\right)^2}{3}}$,

gdzie $\Delta_d d$ jest niepewnością wzorcową użytej do pomiaru suwmiarki. Zatem niepewność złożona pomiaru średnicy jest określona:

$$u(d) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{S_{\bar{d}}^2 + \frac{(\Delta_d d)^2}{3}}.$$

e) Obliczyć niepewność standardową całkowitą dla pomiaru wysokości walca. W przypadku pomiaru wielokrotnego należy wyliczyć $S_{\bar{h}}$:

$$\mathrm{u_A} = \mathrm{S_{\bar{h}}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{h_i} - \bar{\mathrm{h}})^2}{\mathrm{n(n-1)}}} = \sqrt{\frac{(\mathrm{h_1} - \bar{\mathrm{h}})^2 + (\mathrm{h_2} - \bar{\mathrm{h}})^2 + \ldots + (\mathrm{h_n} - \bar{\mathrm{h}})^2}{\mathrm{n \cdot (n-1)}}}.$$

$u(h) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{S_{\bar{h}}^2 + \frac{(\Delta_d h)^2}{3}}$, gdzie $\Delta_d h$ jest niepewnością wzorcową użytej do pomiaru suwmiarki.

f) Wyznaczyć złożoną niepewność standardową pomiaru pośredniego, *u(ρ)* gęstości badanego walca, korzystając ze wzoru (12)*, wskazówka: $\rho = \frac{4}{\pi} m^1 \cdot \bar{d}^{-2} \cdot \bar{h}^{-1}$.

g) Zaokrąglić wynik pomiaru gęstości walca *ρ* oraz jego niepewność standardową *u(ρ)*, zgodnie z zasadami podanymi w materiałach ( )*.

h) Obliczyć niepewność rozszerzoną *U(ρ)*, zgodnie ze wzorem (13)* dla $k = 2$ i zapisać końcowy wynik gęstości wraz z niepewnością rozszerzoną.

i) Porównać wynik z wartością tablicową.

3. Wyznaczanie gęstości prostopadłościanu.

a) Wyznaczyć średnie wartości długości $\bar{a}$, szerokości $\bar{b}$ i wysokości $\bar{c}$ badanego ciała, w przypadku pomiarów wielokrotnych.

b) Korzystając z zależności (2) wyznaczyć gęstość prostopadłościanu:

$$\boldsymbol{\rho = \frac{M}{a \cdot b \cdot c}} \tag{2}$$

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

Fundusze Europejskie Wiedza Edukacja Rozwój | Rzeczpospolita Polska | Unia Europejska Europejski Fundusz Społeczny

4. Analiza niepewności pomiarowych dla prostopadłościanu.

a) Niepewności pomiarów bezpośrednich (*u(m)*, *u(a)*, *u(b)*, *u(c)*) wyznaczyć analogicznie jak dla walca.
b) Wyznaczyć złożoną niepewność standardową pomiaru pośredniego, $u(\rho)$, gęstości badanego prostopadłościanu, korzystając ze wzoru (12)*.
c) Zaokrąglić ostateczny wynik pomiaru gęstości walca ρ oraz niepewność standardową pomiaru pośredniego $u(\rho)$ gęstości, zgodnie z zasadami podanymi w materiałach ( )*.
d) Obliczyć niepewność rozszerzoną $U(\rho)$, zgodnie ze wzorem (13)* dla k=2 i zapisać końcowy wynik wraz z niepewnością rozszerzoną.
e) Porównać wynik z wartością tablicową.

Wzory ( )* patrz K. Rębilas „Wprowadzenie do metod opracowania wyników pomiarowych".
Wzory (12)* oraz (9)* dostępne są także na tablicy „Zestawienie najważniejszych wzorów"

Tabela 1. Gęstości wybranych ciał (w zakresie temperatur 17-23°C)

substancja	gęstość [kg/m^3]
aluminium	2700
ołów	11340
mosiądz	8500-8700
stal	7700
denaturat	790
korek	220-260
drewno: balsa	120-200
buk**	710-800
sosna**	410-500

** - gęstości drewna w stanie powietrznosuchym

Projekt „Innowacyjny program strategicznego rozwoju Uczelni" jest współfinansowany
w ramach Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego